

Dragt 70 cont.

2/2

Alternatively, use $(\vec{a} \cdot \vec{\nabla}) \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b}$.

Then we have

$$(\vec{a} \cdot \vec{\nabla})^2 \vec{b} = \vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} (\vec{a} \cdot \vec{b}) - \vec{b} (\vec{a} \cdot \vec{a})$$

and

$$\begin{aligned} (\vec{a} \cdot \vec{\nabla})^3 \vec{b} &= \vec{a} \times [\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})] \\ &= \vec{a} \times [\vec{a} (\vec{a} \cdot \vec{b}) - \vec{b} (\vec{a} \cdot \vec{a})] = -(\vec{a} \cdot \vec{a}) \vec{a} \times \vec{b} \\ &= -(\vec{a} \cdot \vec{a}) (\vec{a} \cdot \vec{\nabla}) \vec{b} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\boxed{(\vec{a} \cdot \vec{\nabla})^3 = -\vec{a} \cdot \vec{a} (\vec{a} \cdot \vec{\nabla})}$$